
Evaluation et Amélioration des Bornes du Temps de Réponse pour des Applications Temps Réel avec Ordonnancement à Priorité Fixe et Non-Préemptif

Anis KOUBAA et Ye-Qiong SONG

LORIA – INPL - INRIA Lorraine

2, av. de la Forêt de Haye - 54516 Vandoeuvre - {akoubaa, song}@loria.fr

RÉSUMÉ : Les systèmes réactifs temps réel doivent fournir un temps de réponse borné. Pour calculer une borne de temps de réponse il existe principalement deux approches. La première est issue de la théorie de Liu et Layland (la communauté temps réel) qui fournit le temps de réponse du pire cas pour chacune des tâches appartenant à un ensemble de sources périodiques et ordonnancées selon priorité fixe. La deuxième approche est issue des travaux de Cruz (la communauté Internet et ATM) qui fournit une borne sur le délai pour un ensemble de flux de messages qui sont contraints, chacun, par une fonction majorante d'arrivée dite (σ, ρ) -bornée. L'apport de cet article est de comparer les bornes fournies par les deux approches pour des sources (de tâches ou de message) périodiques et pseudo-périodiques avec un ordonnancement à priorité fixe. Pour ce faire, nous avons donné une relation qui lie la gigue à la taille maximale de rafale (σ) pour transposer de la manière la plus optimale du modèle de tâches classique vers le modèle (σ, ρ) -borné. Nous présentons aussi les conditions pour la transposition inverse. Nous proposons une méthode hybride pour optimiser les bornes des délais fournies par l'approche du Cruz dans un réseau multi sauts. Une étude comparative montre l'avantage de cette méthode et son utilité pour déterminer plus finement les besoins en mémoire liée à la taille estimée de la file d'attente.

ABSTRACT: Real-time applications need often a bounded response time. There are two main approaches developed to perform the analysis of the upper bounds. The first one is issued from Liu and Layland theory, and gives what is called the worst-case response time for a given set of periodic sources scheduled with fixed priority. The second approach made by Cruz gives an upper bound on delay for a set of message streams constrained by (σ, ρ) . The outcome of this paper is to compare bounds of both approaches for periodic and pseudo-periodic arrival processes with Fixed Priority scheduling. For this purpose, a relationship is given between jitter and the maximum burst size for an optimal transposition from the classical task model to (σ, ρ) -constrained model. We also proposed a hybrid method to optimize upper bound given by Cruz's approach. A comparison study showed the advantage of our method and how presented results are useful to improve backlog estimation.

MOTS-CLÉS : Evaluation de performances, pire temps de réponse, borne, rafale, gigue

KEYWORDS: Performance Evaluation, worst-case response time, upper bound, burst, jitter

1. Introduction

Les systèmes réactifs temps réel doivent être capable de fournir un temps de réponse borné. C'est notamment le cas pour la plupart des systèmes de contrôle-commande mais aussi de plus en plus vrai pour des applications interactives à travers des réseaux. Que ce soit pour l'exécution des tâches dans un ordinateur ou pour la transmission des messages dans un réseau, pour fournir un temps de réponse borné, il est nécessaire d'affecter correctement les ressources (CPU ou bande passante par exemple) selon les exigences temporelles des sources (demandeurs d'exécution de tâches ou de transmission de messages). Le mécanisme de base pour gérer l'accès à des ressources communes est la priorité qui permet d'ordonner l'ensemble de sources selon leur exigences (i.e. ordonnancement à priorité fixe). Ce mécanisme est aujourd'hui largement implémenté dans des CPUs et des équipements réseaux (commutateurs, routeurs, ...).

L'objectif de nos travaux de recherche présentés dans cet article est l'analyse de temps de réponse d'un système modélisé par un ensemble de files d'attente FIFO (stockage des demandes de traitement par l'ensemble de sources) accédant à un seul serveur avec l'ordonnancement à priorité fixe. Seul le cas non-préemptif est considéré car nous visons plutôt l'ordonnancement de messages que de tâches, sachant que la transmission d'un message dans les réseaux est non-préemptible. Il est aussi à noter que même la préemption des tâches n'est pas toujours implémentable dans la pratique ou pas toujours intéressant à implémenter car elle engendre un sur-coût de traitement de changement de contexte. La théorie des files d'attente et d'autres approches stochastiques ne sont pas utilisées comme ces méthodes ne produisent essentiellement que des résultats probabilistes et non pas des bornes déterministes. En effet, ces approches stochastiques sont étroitement liées au modèle des flux d'arrivées des demandes de traitement. Si ces méthodes sont largement utilisées par la communauté de l'évaluation de performances des équipements des télécommunications, c'est lié au fait qu'un fournisseur des équipements ne connaît pas a priori les flux des applications et un modèle stochastique permettant alors d'inclure le maximum de trajectoires possibles. Par contre quand on a une connaissance sur l'application, il sera possible de caractériser les flux d'arrivées soit précisément, soit par une trajectoire majorante. Le résultat de l'analyse de temps de réponse basée sur une trajectoire majorante sera la borne supérieure. L'avantage de considérer une trajectoire majorante au lieu de la vraie est la simplicité de l'analyse. Bien évidemment la qualité de la borne dépendra essentiellement de la distance entre la vraie trajectoire et la trajectoire majorante choisie. Aujourd'hui il existe deux approches développées séparément par la communauté du temps réel et la communauté des réseaux. La première est basée sur la trajectoire du pire cas et la seconde une courbe linéaire caractérisée par la taille de rafale (notée par σ) et le débit moyen (noté par ρ) d'une source qui majore la vraie trajectoire. Le premier objectif de cette étude sera la comparaison de ces deux approches.

Partant du fait que les réseaux implémentent les limiteurs du trafic en entrée tel que « leaky bucket » pour fournir une garantie de temps de réponse, Cruz [Cruz91a] a proposé le modèle de trafic (σ, ρ) -borné et a donné une borne supérieure sur le délai introduit par un élément du réseau et a déduit dans [Cruz91b] le délai de bout en bout dans un réseau. Une autre extension de ce modèle est réalisée dans [Cheng00] et [LeBoudec02] et fait une représentation mathématique de ce modèle par transposition dans l'algèbre $(\min, +)$ et $(\max, +)$. Les résultats sont pratiquement les mêmes mais cette représentation algébrique est plus convenable pour des calculs numériques. Ce modèle est très utile dans la communauté Internet car elle permet d'étudier les performances du réseau en terme de délai, des besoins en mémoire dans les équipements réseaux, ainsi que le débit nominal sans avoir besoin d'avoir un modèle stochastique pour le trafic en entrée. On appelle le délai calculé par cette approche le Délai du Network Calculus (DNC).

Une autre approche est l'analyse du pire temps de réponse (ATR) pour un ensemble de tâches périodiques et préemptibles à priorité fixe introduite par Lui et Layland [Lui73] et étendue par [Joseph86, Lehoczky90, Audsley93, Bruns93, Tindell94]. Joseph et Pandya [Joseph86] dérivent une expression récursive pour le pire temps de réponse pour un ensemble de tâches périodiques (ou sporadique). [Lehoczky90] a étendu les résultats pour un ensemble de tâches périodiques ayant des échéances arbitraires (supérieures à la période) en prenant le maximal des temps de réponse calculés sur une période occupée. [Audsley93], [Burns93] et [Tindell94] ont généralisé le calcul du pire temps de réponse. Leur méthode permet de prendre en compte la notion de gigue qui affecte la périodicité et le facteur de blocage (une tâche peut être bloquée par une autre de priorité inférieure). Chaque tâche de ce modèle est caractérisée par une période T_i une durée d'exécution C_i et une échéance D_i . Le modèle étendu tient en compte le problème de la gigue J_i qui peut affecter la régularité des temps des inter-arrivées. Un modèle complet est constitué d'un ensemble de tâche avec les paramètres (T_i, C_i, D_i, J_i) . On appelle ce modèle, le modèle classique. Notons que dans ce papier, la gigue peut être supérieure à la période ($J_i > T_i$) principalement pour deux raisons. Premièrement ce phénomène pourrait avoir lieu dans des réseaux où les paquets émis dans l'ordre par une source prennent des chemins différents pour arriver à la destination, et pour un nœud de concentration intermédiaire un paquet qui devrait arriver avant un autre peut arriver après. La deuxième raison est d'assurer la possibilité d'inclure au maximum un flux spécifié selon le modèle (σ, ρ) -borné afin de faire la transposition dans le sens inverse. Quant aux résultats spécifiques à la non-préemption, on peut remarquer qu'il n'existe que très peu de travaux [Jeffay91], [Georges00]. Néanmoins les résultats dans [Audsley93], [Burns93] et [Tindell94] peuvent être étendus pour notre cas en prenant le facteur de blocage comme due à la non-préemption et en examinant toutes les périodes d'occupation durant $r + 2P$ (où r est le dernier instant de génération de la première tâche d'une source et P le PPCM des périodes des sources en présence). Le fait d'être obligé de considérer la période de $r + 2P$

[Georges00] est due à la non-préemption car le pire cas défini dans [Lehoczky90] pour des sources périodiques préemptives n'est plus vrai.

A notre présente connaissance, il n'existe pas de comparaison faite entre ces deux approches. Cependant, une technique d'analyse du pire temps de réponse étendue et spécifique aux réseaux ATM a été développée dans [Hans97], [Sjodin98] laquelle est comparée à l'approche DNC. L'étude comparative est basée sur la simulation de quelques benchmarks et montre que l'approche ATR a une probabilité d'admission plus grande que celle du DNC dans les réseaux ATM. De plus, une technique de transposition du modèle classique vers le modèle (σ, ρ) -borné a été proposé dans le cadre d'ATM. Nous adaptons cette transposition à notre cadre et nous ferons son extension pour la transposition inverse sous condition que le trafic (σ, ρ) -borné soit pseudo périodique.

La motivation de notre travail est que la plupart des flux temps réels ont un comportement pseudo périodique comme le trafic multimédia dans Internet ainsi que les applications de contrôle-commande dans les réseaux de terrains. Les irrégularités dans les inter-arrivées sont caractérisées par des giges qui reflètent des perturbations dans la périodicité. Ceci amène dans un scénario de pire cas de prévoir les bornes sur les temps de réponse pour chaque source. La comparaison analytique entre ces deux approches n'est possible que lorsqu'il existe un moyen pour traduire les paramètres de flux d'un modèle à un autre. Par exemple, étant donné un ensemble d'arrivées périodiques avec giges défini par $(T_i, C_i, D_i, J_i)_{i=1..N}$, nous pouvons réécrire ces paramètres dans le modèle (σ, ρ) -borné. Une fois que cette traduction est possible, nous pouvons comparer les bornes fournies par chacune de ces approches. L'avantage d'une telle comparaison est de pouvoir choisir la borne qui représente mieux le pire délai quand le processus d'arrivée est pseudo périodique. On remarque que la transposition à partir du modèle classique vers le modèle (σ, ρ) -borné est toujours possible. Cependant, l'inverse n'est pas toujours possible puisque le modèle (σ, ρ) -borné peut représenter une courbe de service pour n'importe quel trafic et non nécessairement pseudo périodique.

L'apport de cet article est de comparer les bornes supérieures des délais fournies par l'approche du Délai du Network Calculus, notée DNC, et des pires temps de réponses fournis par l'approche de l'Analyse de Temps de Réponse, notée ATR. Nous proposons une méthode de transposition entre le modèle (σ, ρ) -borné et le modèle classique. Nous introduisons une méthode hybride pour une analyse du temps de réponse de bout en bout en utilisant une combinaison des deux approches pour optimiser l'utilisation des ressources en terme des besoins en mémoire liée à la taille de la file d'attente à la sortie d'un serveur à priorité fixe.

Dans la suite du papier, on considère que le modèle est constitué d'un ensemble $\pi = \{\tau_i = (T_i, C_i, D_i, J_i)\}_{1 \leq i \leq N}$ de N sources de clients (peuvent être tâches ou messages) non-préemptives. La gigue J_i est considérée comme étant le temps maximal de perturbation entre deux arrivées successives. Chaque client de source τ_i est affecté

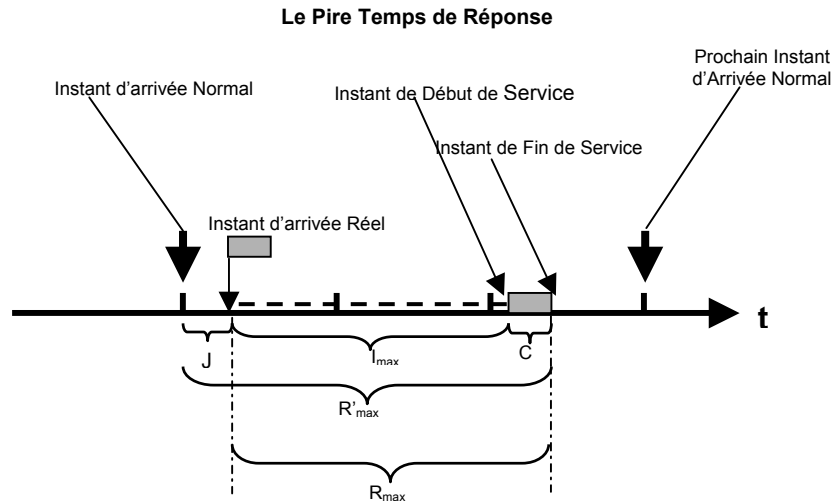
une priorité i . τ_i est plus prioritaire que τ_j si et seulement si $i < j$. On définit c la vitesse de traitement du serveur. La quantité de travail apportée par un client est définie par : $W_i = c.C_i$. La politique d'ordonnancement considérée dans tout ce travail est à priorité fixe.

Le reste du papier est organisé comme suit : La section 2 définit clairement ce qu'est le pire temps de réponse et présente brièvement les approches à comparer, ATR et DNC. La section 3 décrit la méthode de transposition utilisée pour notre étude analytique et présente la relation entre la gigue du modèle classique et la taille maximal de la rafale du modèle (σ, ρ) -borné. L'évaluation de cette comparaison est montrée dans la section 4. Enfin les sections 5 et 6 expliquent l'approche hybride pour optimiser les ressources du système et ses applications dans les réseaux à sauts multiples.

2. Les Approches Analytiques de Calcul de Bornes de Temps de Réponse

2.1 Définition du pire temps de réponse

En premier, nous définissons le pire temps de réponse comme étant la plus longue durée entre l'instant d'arrivée (où le client est généré par la source) d'un client et l'instant le plus tard possible de fin de service. (cf. Fig. 2.1). Cette définition du temps de réponse est celle utilisée dans le modèle (σ, ρ) -borné.



R_{max} Pire Temps de Réponse que nous définissons
 R'_{max} Pire Temps de Réponse défini Tindell
 I_{max} Temps Maximum d'attente
 J : Gigue

Figure 2.1. Définition du pire temps de réponse

Le pire temps de réponse défini dans [Tindell94] est la plus longue durée entre l'instant d'arrivée normal d'un client et l'instant le plus tard possible de fin de service. L'instant d'arrivée normal est le temps où l'arrivée devrait avoir lieu quand les inter-arrivées sont strictement périodiques sans perturbations de gignes.

Nous remarquons que le pire temps de réponse que nous considérons est légèrement différent de celui défini dans [Tindell94], qui ne répond pas directement à notre besoin dans cette étude car n'est pas compatible avec la définition de la borne sur le délai du modèle (σ, ρ) -borné. Nous donnons dans le paragraphe suivant l'équation permettant d'obtenir le pire temps de réponse correspondant à cette définition.

2.2 Analyse du pire temps de réponse (ATR)

Plus formellement, le pire temps de réponse pour un ensemble de clients affectés par des gignes, donné par [Tindell94], est :

$$I_i^{n+1} = \max_{i+1 \leq j \leq N} (C_j) + \sum_{j=1}^{i-1} \left\lceil \frac{I_i^n + J_j}{T_j} \right\rceil C_j \quad [2.1]$$

$$R'_i = C_i + I_i + J_i \quad \text{si } R'_i \leq T_i \quad [2.2]$$

Où $\max_{i+1 \leq j \leq N} (C_j)$ est le facteur de blocage due à la non-préemption. Compte tenu de la définition de Tindell, l'équation [2.2] prend en compte la valeur de gigue. Par contre R'_i ne correspond pas à notre définition du temps de réponse R_i (cf. Fig. 2.1). Il faut alors enlever la gigue dans [2.2] pour l'adapter à notre cas.

$$R_i = C_i + I_i \quad \text{si } J_i \in [0, T_i[\quad [2.3]$$

Cette équation calcule le temps de réponse pour le premier client de la $i^{\text{ème}}$ source.

Si la valeur retournée de R_i par l'équation [2.3] est supérieure à la période du client, le pire temps de réponse peut se produire pour les prochains clients car au moins le prochain sera gêné par ce présent qui est de la même priorité [Briand99]. En incluant la gigue dans [Briand99] ou en prenant les résultats dans [Tindell94], l'équation générale du pire temps de réponse du $k^{\text{ième}}$ client pour $J_i \in [0, T_i[$ s'exprime par :

$$I_{i,k}^{n+1} = \max_{i+1 \leq j \leq N} (C_j) + (k-1) * C_i + \sum_{j=1}^{i-1} \left\lceil \frac{I_i^n + J_j}{T_j} \right\rceil C_j \quad [2.4]$$

$$E_{i,k} = \{C_i + I_{i,k}\} \quad [2.5]$$

$$R_i = \underset{k}{\text{Max}} (E_{i,k} - (k-1) \cdot T_i) \quad [2.6]$$

Où $E_{i,k}$ est l'instant de fin de service du $k^{\text{ième}}$ client de la période occupée. L'itération s'arrête pour la première valeur de $E_{i,k} < T_i$ car cela marque la fin de la période occupée. Compte tenu du résultat récent dans [Georges00], si une période occupée est inférieure à $r + 2P$, nous prenons le soin d'examiner toutes les périodes occupées durant $r + 2P$ afin de déterminer le pire temps de réponse.

Bien que dans [Tindell94, page26] il soit remarqué que leur équation reste vraie pour le cas où la gigue soit supérieure à la période, Pour notre cas, le domaine de validité des équations [2.4 – 2.6] se limite pour des giges inférieures aux périodes. La raison est simple à comprendre : Dans le cas considéré dans [Tindell94, page19], l'ordre des arrivées des clients est l'ordre donné à leur génération à la source sans gigue (pour ce faire, un client, de la même source, nouvellement arrivé dans la file d'attente du serveur aura moins de priorité que les clients précédents s'ils ne sont pas encore servis). Un client d'une source de priorité i ne sera donc jamais bloqué par ceux qui vont arriver après (quand sans gigue) et qui ont la priorité i . Dans notre cas cependant, un nœud intermédiaire d'un réseau de commutation de paquets n'aura pas la connaissance de cet ordre logique à la source et ne peut donc considérer que l'ordre d'arrivée des clients (que l'ordre du départ à la source soit identique ou différent). Pour ceci, il faut prendre en compte en plus, dans le pire cas, le blocage du service d'un client de priorité i par tous les autres clients de la même priorité qui risquent d'arriver avant à cause de la gigue.

Nous proposons une technique étendue pour estimer le pire temps de réponse pour des valeurs de giges importantes. Pour une gigue J_i telle que $mT_i \leq J_i < (m+1)T_i$, alors dans le pire cas, on peut avoir m self-invocations qui bloquent le client courant. Nous ajoutons dans l'expression du pire temps de réponse un délai supplémentaire comme étant un *facteur de blocage* additionnel. Pour le premier client d'une période occupée, le pire temps de réponse est exprimé par :

$$I_{i,k}^{n+1} = \left\{ \max_{i+1 \leq j \leq N} (C_j) + m * C_i \right\} + \sum_{j=1}^{i-1} \left\lceil \frac{I_i^n + J_j}{T_j} \right\rceil C_j \quad [2.7]$$

La même procédure que précédemment pour les équations [2.4], [2.5] et [2.6] reste valable pour ce cas pour calculer les pires temps de réponse des prochaines itérations si nécessaire. L'état stationnaire est atteint pour une valeur de $E_{i,k}$ inférieure à la période. L'équation générale du temps de réponse du $k^{\text{ième}}$ client de la $i^{\text{ème}}$ source pour une gigue $J_i \in [mT_i, (m+1)T_i[$ s'exprime par :

$$I_{i,k}^{n+1} = \left\{ \max_{i+1 \leq j \leq N} (C_j) + m * C_i \right\} + (k-1) * C_i + \sum_{j=1}^{i-1} \left\lceil \frac{I_i^n + J_j}{T_j} \right\rceil C_j \quad [2.8]$$

$$E_{i,k} = \left\{ C_i + I_{i,k} \right\} \quad [2.9]$$

$$R_i = \underset{k}{\text{Max}} \left(E_{i,k} - (k-1) \cdot T_i \right) \quad [2.10]$$

Ce résultat est très important pour analyser les pires temps de réponse pour des topologies complexes et des flux à gigues importantes dans un réseau. En effet, l'approche du Network Calculus calcule la borne sur le délai sans aucune restriction sur la valeur de la gigue.

2.3 Approche du délai du Network Calculus (DNC)

Cette approche considère des clients ayant des fonctions cumulatives d'arrivées $F_i(t)$ qui sont (σ, ρ) -bornées. Ceci se traduit par la relation suivante :

$$F_i(t) - F_i(s) \leq \sigma_i + \rho_i(t - s) \quad \forall 0 \leq s \leq t \quad [2.11]$$

σ_i représente la taille de rafale maximale et ρ_i représente le débit moyen à long terme de la $i^{\text{ème}}$ source.

Considérons un ensemble de N sources de clients, tel que chaque source i est (σ_i, ρ_i) -borné, non préemptive et servie selon la politique à priorité fixe. Rappelons que le client de la source τ_i est plus prioritaire que le client de τ_j si et seulement si $i < j$.

La borne du temps de réponse d'un client de la $i^{\text{ème}}$ source est [Cruz91a] :

$$D_{i\max} = \frac{\sum_{j=1}^i \sigma_j + \max_{i+1 \leq j \leq N} (W_j)}{c - \sum_{j=1}^{i-1} \rho_j} \quad [2.12]$$

Pour la condition de stabilité $c \geq \sum_{i=1}^N \rho_i$.

L'avantage important de l'approche du Network Calculus est qu'elle permet de calculer la rafale équivalente du flux en sortie (output backlog). Ceci s'exprime par :

$$\hat{\sigma}_i = \sigma_i + \rho_i * \frac{\sum_{j=1}^{i-1} \sigma_j + \max_{i+1 \leq j \leq N} (W_j)}{c - \sum_{j=1}^{i-1} \rho_j} \quad [2.13]$$

Nous avons présenté dans cette section les deux approches à comparer. Cependant il faut adopter une technique pour transposer les paramètres des flux d'arrivées des clients d'un modèle à un autre.

3. Relation entre la gigue et la taille de la rafale

L'objectif de ce paragraphe est de proposer une technique fiable de transposition et fournir une relation entre la taille de la rafale et la gigue. Ceci permet de déduire une transposition entre le modèle (σ, ρ) -borné et le modèle classique.

Dans le cadre du trafic pseudo périodique la valeur du débit moyen à long terme est facile à déterminer. Pour une source ayant une période T_i et une quantité de travail par client W_i , le débit moyen est :

$$\rho_i = \frac{W_i}{T_i} \quad [3.1]$$

Avec $W_i = c.C_i$ où c est la vitesse de traitement du serveur et C_i est la durée de traitement d'un client.

Le problème principal reste donc à déterminer la taille optimale de la rafale. Elle est définie comme étant la plus petite valeur de σ_i qui satisfait la contrainte [2.11]. En général la rafale existe quand le trafic est perturbé par une variation de gigue. On appelle pente optimale, la courbe $(\sigma + \rho.t)$ avec σ la taille optimale de la rafale. Naturellement, il existe une relation entre la taille de la rafale et la gigue.

Le problème est expliqué dans les figures 3.1 et 3.2.

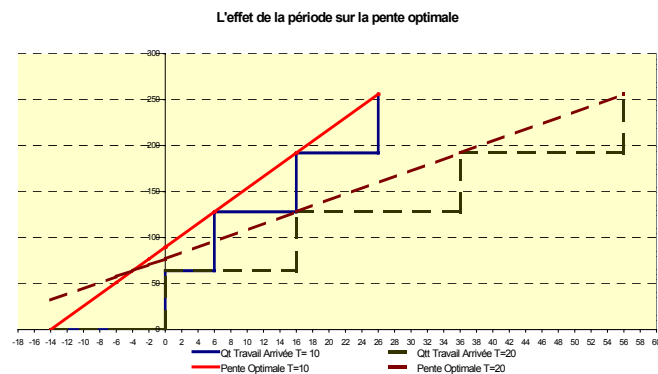


Figure 3.1. L'effet de la période sur la pente optimale

Ce graphique est tracé pour $T = 10$ ou 20 , $J = 4$, $W = 64$ octets.

Dans le premier scénario, montré par la figure 3.1, on fait varier la période pour voir son impacte sur le modèle (σ, ρ) -borné. Le deuxième scénario, montré par la figure 3.2, est tracé pour une valeur fixée de la période mais pour deux valeurs différentes de la gigue.

La figure 3.1 montre que la variation de la période affecte beaucoup plus l'inclinaison de la pente que la taille de rafale. Pour la même valeur de la gigue, la

taille de la rafale est pratiquement la même pour les deux configurations. Ce comportement est normal car la valeur de ρ dépend essentiellement de la période.

Maintenant à partir de la figure 3.2, il est facile de remarquer l'effet de la gigue sur la taille optimale de la rafale. Ce graphe est tracé pour $T = 10$, $J = 0$, $W = 64$ octets.

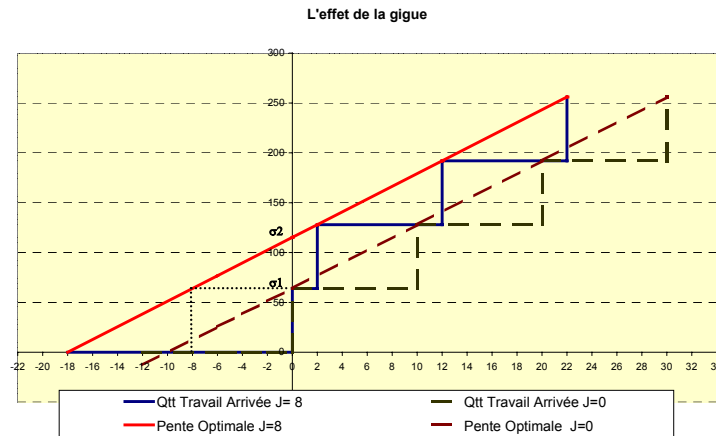


Figure 3.2. L'effet de la période sur la taille optimale de la rafale

Il est évident de remarquer que l'inclinaison de la pente est la même dans les deux cas. Cependant, la taille de la rafale est bien différente dans les deux cas due aux valeurs différentes de la gigue. Nous montrons que la taille optimale de la rafale est donnée par :

$$\sigma = \frac{W}{T}(T + J) \quad [3.2]$$

Preuve

Pour $J=0$, la pente coupe l'axe y exactement à la valeur $\sigma = W$; Ceci dit que dans le cas où la gigue serait nulle, le besoin en mémoire de stockage ne dépasse pas la taille d'un client. Cependant, $\rho \cdot (-T) + \sigma = 0$ vérifie bien la figure ainsi que les deux définitions de σ et ρ .

Pour $J \neq 0$ la taille de rafale est plus grande. Le pire cas aurait lieu quand une activation est poussé de J unités de temps avant son activation normale. Ce scénario peut être réduit à un scénario sans gigue en considérant que la première arrivée d'un client a eu lieu J unité de temps avant l'instant zéro. A partir du cas précédant, on peut déduire que la pente coupe l'axe x au point $(-T)$ relativement à la nouvelle référence. Alors, l'axe x est coupé au point $(-T-J)$. En résultat, la taille optimale de la rafale est donnée par l'équation [3.2].

Fin de preuve.

Cette méthode de transposition nous permet alors de comparer entre les deux approches analytiques.

4. Evaluation Comparative

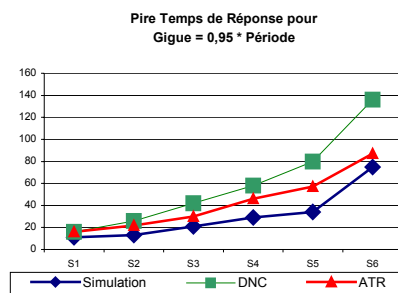
Notre étude comparative est basée sur une analyse à priori (off line) pour calculer les pires temps de réponse fournis par les deux approches. Nous considérons un ensemble de sources CBR (Constant Bit Rate), comme dans le cadre de flux multimédia non compressé. Les messages sont alors générés avec une période T_i perturbé par une gigue J_i . L'échéance requise pour chaque message, D_i , est égale à la période. Chaque source S_i est affectée à la priorité i . L'ensemble est servi par un serveur à priorité fixe. Le tableau 4.1 montre les caractéristiques de chaque source.

Tableau 4.1 : Caractéristiques des sources

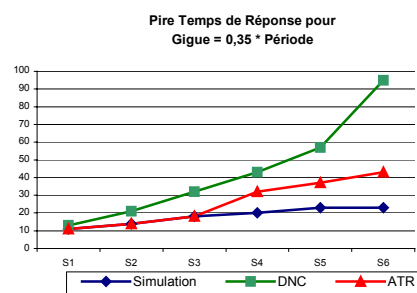
| | Période | Quantité de Travail |
|----|---------|---------------------|
| S1 | 30 | 5 |
| S2 | 25 | 3 |
| S3 | 30 | 4 |
| S4 | 40 | 2 |
| S5 | 30 | 6 |
| S6 | 25 | 3 |

Dans notre étude, nous considérons deux scénarios : un cas où la gigue est importante $J = 0.95 \cdot T$ et dans l'autre une faible gigue $J = 0.35 \cdot T$. De plus, nous utilisons la simulation pour comparer les résultats analytiques du pire cas au comportement plus réaliste du système. Ce modèle de trafic est implémenté et simulé avec le simulateur OPNET. La charge du système est au environ de 80% de la capacité du serveur pour provoquer plusieurs interactions entre les clients.

Les résultats sont montrés dans les figures 4.1 et 4.2.



Figures 4.1 : Pire Temps de Réponse pour $J = 0.95 \cdot T$



Figures 4.2 : Pire Temps de Réponse pour $J = 0.35 \cdot T$

Les deux scénarios montre que l'approche ATR fournit des bornes plus précises que celles fournies par l'approche DNC. Ce fait semble logique car l'approche DNC est plus pessimiste. En effet, le modèle (σ, ρ) -borné représente une courbe de service maximale qui limite le nombre d'arrivées en fonction du temps. Par conséquent, les bornes de temps de réponse calculées par l'approche ATR, qui calcule itérativement à travers les équations [2.1] et [2.4] les interactions entre les clients de plus hautes priorités, sont plus réalistes que celles fournies par DNC. Ce fait est observé à travers la courbe de simulation qui reflète un comportement plus réaliste du système. Les valeurs obtenues par simulation sont très similaires à celle de l'approche ATR surtout pour les priorités hautes et pour des giques faibles. En effet, dans le deuxième scénario les pires temps de réponse des messages plus prioritaires sont pratiquement égaux à ceux calculés par l'approche ATR. Les écarts sont beaucoup plus nets pour les messages moins prioritaires. La borne est surestimée analytiquement pour les clients moins prioritaires à cause des cumules d'interactions, éventuelles, avec ceux plus prioritaires.

Par simulation d'autres scénarios pseudo-périodiques, nous avons constaté que dans tous les cas, la borne fournie par le modèle (σ, ρ) -borné est supérieure ou égale à celle du modèle classique. La raison est que l'estimation de la borne du temps de réponse par le modèle (σ, ρ) -borné est statique. Ceci dit que nous supposons la connaissance de toutes les tailles maximales des rafales pour déduire statiquement par l'équation [2.12] le délai maximum, qui est une valeur surestimée du temps de réponse. Cependant, la précision de l'approche ATR est due à la technique dynamique pour calculer les interactions entre les clients de plus hautes priorités en tenant compte de la gigue à travers l'équation [2.4].

En général, on montre que l'analyse du pire cas par les deux approches donne une surévaluation de la borne sur le temps de réponse. Ceci est utile pour prévoir les contraintes temporelles strictes mais surestime le comportement du système surtout pour les clients à basses priorités.

5- Le Modèle Hybride et Optimisation des Ressources

D'après les résultats précédents, il a été montré que l'approche classique fournit des bornes de temps de réponse plus précises par rapport à l'approche DNC dans le contexte de service à priorité fixe. Cependant, l'approche DNC présente un cadre de travail plus flexible pour l'évaluation de performance et peut être plus facilement utilisé pour des systèmes plus complexes. Notre idée est de tirer profit des deux approches simultanément pour avoir une technique consentie d'évaluation de performance sur un réseau pour optimiser les besoins en mémoire de stockage (buffering requirements). D'après l'équation [2.13], Le besoin en stockage à la sortie du serveur dépend essentiellement du pire temps de réponse.

Le concept est simple. L'avantage de l'approche (σ, ρ) -bornée est qu'elle permet d'étendre les résultats pour évaluer les délais de bout en bout pour des topologies

de systèmes plus complexes. Cependant, les bornes estimées par ce modèle sont plus pessimistes et ne correspondent pas forcément à un cas réaliste. Cette surévaluation devient plus importante pour des délais de bout en bout dans un chemin à sauts multiples.

Pour alléger ce problème tout en utilisant l'approche DNC, il est plus recommandé d'utiliser le modèle classique pour évaluer le temps de réponse pour un élément du réseau et après, nous exploitons cette borne pour évaluer le besoin en mémoire à la sortie de l'élément courant.

Pour ce faire, nous dérivons à partir de l'équation [2.13] l'expression de besoin en mémoire à la sortie en fonction du pire délai passé par une invocation du client dans l'élément du réseau suivant la politique de service à priorité fixe et non préemptive. Finalement, l'expression du besoin en mémoire à la sortie du nœud en fonction du délai maximal s'écrit :

$$\hat{\sigma}_i = \rho_i \cdot D_{i\max} + \sigma_i \cdot \left(\frac{c - \sum_{j=1}^i \rho_j}{c - \sum_{j=1}^{i-1} \rho_j} \right) \quad [5.1]$$

Il a été montré dans [Cruz91a] que si R_i^{out} désigne la flux en sortie de la source S_i à la sortie d'un serveur à priorité fixe et non-préemptif, alors $R_i^{out} \sim (\hat{\sigma}_i, \rho_i)$. Donc, à partir de l'équation [5.1] et des résultats tirés dans la section 4, l'utilisation de la borne du temps de réponse fournie par le modèle classique réduit la valeur du besoin en mémoire et la rend plus précise que si on utilise le délai du modèle (σ, ρ) -borné. La nouvelle valeur de la gigue, compte tenu de l'équation [3.2], est :

$$\hat{J}_i = \left(\frac{\hat{\sigma}_i}{\rho_i} \right) - T_i \quad [5.2]$$

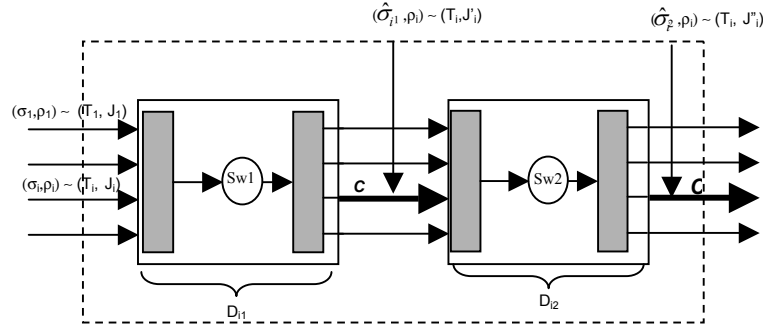
Cette valeur est plus précise que celle obtenue par la formule classique qui définit la gigue à la sortie égale à :

$$\hat{J}_i = J_i + D_{i\max} \quad [5.3]$$

L'utilisation du modèle hybride pour une évaluation de bout en bout est très utile pour prédire des bornes plus réalistes et optimisées sur les temps de réponse ainsi que pour les besoins en mémoire afin de ne pas surestimer le système total.

6. Application pour des réseaux à sauts multiples

Cette section présente une application des résultats dans une topologie en réseau. On considère un réseau constitué de deux nœuds de commutation comme le montre la figure 6.1.

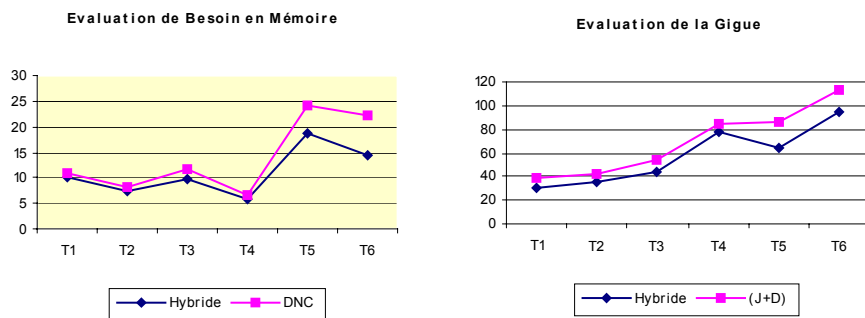


Figures 6.1 : Topologie du Système

Le trafic à l'entrée du système est un ensemble de flux CBR généré par des sources périodiques perturbé par des giges. Le trafic d'entrée traverse deux commutateurs vers la même destination. On se propose d'évaluer le temps de réponse de bout en bout pour chaque flux traversant le réseau et montrer l'avantage de la méthode hybride pour une meilleure caractérisation des besoins en mémoire. La vitesse du lien de sortie de premier commutateur est c_1 et pour le deuxième commutateur est c_2 . Pour chaque source S_i , aurait un délai en traversant le nœud Sw_j égale à $D_{i,j}$. Le délai maximal est noté $\overline{D}_{i,j}$. Le pire temps de réponse pour un flux S_i est donné par :

$$\overline{D}_i = \overline{D}_{i1} + \overline{D}_{i2} \quad [6.1]$$

On se propose de comparer les performances du système en terme de gigue et besoin en mémoire de bout en bout en utilisant la technique d'évaluation hybride et celle du modèle (σ, ρ) -borné. Les résultats de la comparaison sont présentés dans la figure 6.2.



Figures 6.2 : Comparaison entre la méthode Hybride et DNC

On peut remarquer que le modèle hybride fournit comme prévu des résultats plus précis ce qui est mieux pour une meilleure caractérisation du système. Nous pouvons utiliser la valeur de la gigue obtenue par l'équation [5.2] et considérer un nouveau système à l'entrée du commutateur S_{W_2} et calculer de nouveau le pire temps de réponse. En utilisant les mêmes opérations de calcul du pire temps de réponse de l'approche ATR conduit à déterminer le délai maximal pour les flux concurrents sur un lien de sortie selon la politique de service à priorité fixe. Pour une topologie plus complexe ; ce processus est réalisé itérativement jusqu'à la destination. Ainsi, nous calculons les délais et les besoins en mémoire optimisés de bout en bout pour le système équivalent.

7. Conclusion

Dans ce papier, nous avons développé une étude comparative entre deux approches utilisées dans la littérature pour l'évaluation d'une borne supérieure sur le temps de réponse pour un ensemble de sources de clients périodiques perturbées par des giges et servies par la politique à priorité fixe sans préemption. Les approches sont le Délai du Network Calculus (DNC) issue de la communauté de l'Internet et l'Analyse du pire Temps de Réponse (ATR) issue de la communauté du temps réel. Nous avons donné une méthode pour une transposition du modèle classique vers le modèle (σ, ρ) -borné. La transposition inverse est possible dans le cas où le modèle (σ, ρ) -borné représenterait un trafic pseudo périodique. Les résultats montrent que la technique ATR est plus précise que celle du DNC et fournit des bornes plus réalistes mais elle est plus coûteuse au niveau du calcul. Les pires temps de réponse pour les clients les plus prioritaires sont pratiquement équivalents dans les deux approches et la divergence est beaucoup plus nette pour les clients de basse priorité. Les résultats de la simulation montrent que les modèles analytiques surestiment le comportement du pire cas du système particulièrement pour des giges assez élevées et pour les clients de faible priorité. Une technique hybride a été présentée pour obtenir des bornes plus précises sur le temps de réponse ainsi que le besoin en mémoire tampon pour une topologie plus complexe du réseau de commutation de paquets.

Le bénéfice de cette étude est de comprendre les différences entre les deux approches analytiques utilisées par deux communautés pour une meilleure utilisation afin de prévoir le respect des contraintes temporelles strictes pour un ensemble de sources de clients périodiques perturbées par des giges. Pour de tel cadre, l'approche DNC s'est avérée peu efficace pour estimer les pires temps précisément, surtout pour le nombre de sauts important d'un réseau, mais reste toujours utile pour spécifier le besoin en mémoire ou la taille de la rafale à la sortie d'un serveur à priorité fixe.

Les travaux futurs consistent à étendre cette étude au modèle (σ, ρ) -borné segmenté noté sous forme $(\bar{\sigma}, \bar{\rho})$ [BT02, Cruz91b] qui permet d'affiner les bornes sur le délai du Network Calculus.

8. Bibliographie

- [Audsley93] N. Audsley, A. Burns, M. Richardson, K. Tindell and A. Wellings “Applying new scheduling Theory to Static Priority Pre-emptive Scheduling”, *Software Engineering Journal*, 8(5), pp. 284-292 (September 1993).
- [Briand99] P. Briand, M. Roy *Meeting Deadlines in Hard Real-Time Systems, The rate monotonic approach*, IEEE computer Society ISBN 0-8186-7406-7.
- [Burns93] A. Burns, M. Nicholson, K. Tindell and Zhang “Allocating and scheduling Hard Real Time Tasks on a point-to-point Distributed System”, *Proceedings of the Workshop on parallel and Distributed Real-Time Systems*, pp. 11-20, Newport Beach California (April 13-15 1993).
- [Cheng00] C.-S. Chang, *Performance Guarantees in Communication Networks*, Springer-Verlag, New York, 2000.
- [Cruz91a] R. L. Cruz. “A calculus for network delay, Part I: Network elements in isolation”, *IEEE Transactions on Information Theory*, 37(1):114-131, Jan. 1991.
- [Cruz91b] R. L. Cruz. “A calculus for network delay, Part II: Network analysis, *IEEE Transactions on Information Theory*, 37(1): 132-141, Jan. 1991.
- [Georges00] Georges L., P. Mühlethaler and N. Rivierre, “A few results on non-preemptive real time scheduling”, *INRIA research report n°RR3926*, may 2000.
- [Hans97] H. Hansson and M. Sjödin “Response Time Guarantees for ATM-Networked Control Systems”, *2nd IEEE International Workshop on Factory Communication Systems (WFCS’97)*, Barcelona (Spain), October 1997.
- [Jeffay91] Jeffay, K., D.F. Stanat and C.U. Martel, “On non-preemptive scheduling of periodic and sporadic tasks”, *IEEE real-time systems symposium*, pp129-139, San Antonio (USA), Dec. 4-6, 1991.
- [Joseph86] Joseph, M., and P. Pandya, “Finding response time in a real-time system”, *BCS Computer journal*, Vol. 29, No.5, pp.390-395, Oct. 1986.
- [LeBoudec02] J-Y Le Boudec, P Thieran, *A Theory of Deterministic Queueing Systems For The Internet*, Online Version of the Book Springer Verlag – LNCS 2050, Version of July 2002.
- [Lehoczky90] J.P. Lehoczky, “Fixed Priority Scheduling of Periodic Task Sets with Arbitrary Deadlines”, *IEEE Real-Time System Symposium*, pp.201-209, Los Alamitos (USA), 1990.
- [Liu73] Liu, C.L. and J.W. Layland, “Scheduling algorithms for multiprogramming in hard real-time environment”, *Journal of ACM*, Vol. 20 (1), pp46-61, 1973.
- [Sjödin98] M. Sjödin and H. Hansson “Improved Response Time Analysis Calculations” *IEEE Real Time Systems Symposium (RTSS’98)*, Madrid (Spain), December 2-4, 1998.
- [Tindell94] K. Tindell, *Fixed Priority Scheduling of Hard Real-Time Systems*, PhD Thesis, Department of Computer Science, University of York, YO1 5DD England, 1994.